

Приложение

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

4 Семестр

Раздел 1 Часть 1

1.1 Контрольная работа (к.р) - 8 Неделя

Кр-8

Вариант 1

- Исследовать особую точку на устойчивость и нарисовать фазовый портрет:

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y, \\ \dot{y} = -7x + 2y. \end{cases}$$

- Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость:

$$\begin{cases} \dot{x} = xy + x - 2y - 2, \\ \dot{y} = x + y + 1. \end{cases}$$

- Найти общее решение системы:

$$\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{x+z} = \frac{dz}{x+y}.$$

- Найти общее решение уравнения

$$yz\frac{\partial z}{\partial x} + xz\frac{\partial z}{\partial y} = xy$$

и поверхность, проходящую через линию:

$$x = 1, \quad x^2 + z^2 = 1.$$

| Код | Вид оценочного средства | Критерии | Оценка в баллах | Минимальный балл – максимальный балл |
|-------|-------------------------|--|-----------------|--------------------------------------|
| к.р-8 | Контрольная работа № 1 | решено [90,100)% заданий из контрольной работы | 23-25 | 15 – 25 |
| | | решено [70,90)% заданий из контрольной работы | 18-22 | |
| | | решено [60,70)% заданий из контрольной работы | 15-17 | |
| | | решено [0,60)% заданий из контрольной работы | 0 - 14 | |

Раздел 2 Часть 2

2.1 Контрольная работа (к.р) - 15 Неделя

1. Решить интегральное уравнение

$$\varphi(x) = 2x + 1 + \lambda \int_0^1 xt \varphi(t) dt.$$

2. Найти характеристические числа и собственные функции интегрального оператора с ядром

$$K(x, t) = \begin{cases} (x+1)(t-3), & 0 \leq x \leq t, \\ (t+1)(x-3), & t \leq x \leq 1. \end{cases}$$

3. Построить функцию Грина для краевой задачи:

$$\begin{aligned} y'' + 4y &= 0, \\ y(0) &= 0, \quad y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0. \end{aligned}$$

4. Решить краевую задачу, используя функцию Грина:

$$\begin{aligned} y'' + 4y &= 4 - 8x, \\ y(0) &= 0, \quad y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0. \end{aligned}$$

Методика оценки:

| Код | Вид оценочного средства | Критерии | Оценка в баллах | Минимальный балл – максимальный балл |
|-----|-------------------------|---|-----------------|--------------------------------------|
| КР | Контрольная работа № 1 | решено (90-100) % заданий из контрольной работы | 23-25 | 15 – 25 |
| | | решено (70-90) % заданий из контрольной работы | 18-22 | |
| | | решено (60-70) % заданий из контрольной работы | 15-17 | |
| | | решено (0-60) % заданий из контрольной работы | 0 - 14 | |

4 Семестр

Экзамен

ВОПРОСЫ 4 СЕМЕСТР

1. Понятие устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости. Устойчивость решения простейшей системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Понятие устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости. Исследование на устойчивость по первому приближению (без доказательства). Функция Ляпунова. Исследование на устойчивость с помощью функции Ляпунова.
3. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Общий интеграл. Критерий первого интеграла.
4. Линейное однородное дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка и соответствующая характеристическая система обыкновенных дифференциальных уравнений. Связь между их решениями.
5. Представление общего решения линейного однородного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.
6. Существование и единственность решения задачи Коши для линейного однородного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка (без доказательства). Представление решения квазилинейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.
7. Линейное нормированное пространство. Сходимость в линейном нормированном пространстве. Примеры.
8. Банахово пространство. Полнота пространства $C[a,b]$. Примеры неполных линейных нормированных пространств.
9. Евклидово пространство и гильбертово пространство. Неравенство Коши - Буняковского. Нормируемость евклидова пространства.
10. Ортогональные и ортонормированные системы в евклидовом пространстве. Ряды Фурье по ортогональным и ортонормированным системам. Примеры. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Формула уклонений. Неравенство Бесселя.
11. Ортогональный и ортонормированный базис в евклидовом пространстве. Свойство полноты ортогонального базиса. Обобщенное равенство Парсеваля.
12. Равномерная сходимость, поточечная сходимость, сходимость в среднеквадратичном. Их связь. Примеры.
13. Выражение частичной суммы тригонометрического ряда Фурье через ядро Дирихле. Лемма Римана.
14. Теорема о поточечной сходимости тригонометрического ряда Фурье (без доказательства).
15. Теорема о равномерной сходимости тригонометрического ряда Фурье.
16. Почленная дифференцируемость тригонометрического ряда Фурье. Влияние гладкости функции на скорость убывания ее коэффициентов Фурье.
17. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции тригонометрическими многочленами.
18. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции алгебраическими многочленами.
19. Полнота основной тригонометрической системы в пространстве кусочно-непрерывных функций. Ряды Фурье по системам синусов и по системам косинусов.
20. Комплексные ряды Фурье и их связь с рядами по основной тригонометрической системе для действительных функций. Полнота системы комплексных экспонент.
21. Интеграл Фурье и различные его формы. Достаточные условия представимости функции интегралом Фурье (без доказательства).

22. Преобразование Фурье и его свойства. Косинус- и синус-преобразование Фурье.
23. Линейный оператор в линейном нормированном пространстве. Непрерывность и ограниченность линейного оператора. Их связь. Непрерывность интегральных операторов Фредгольма и Вольтерры в пространствах непрерывных функций с различными нормами.
24. Сопряженный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Операторы, сопряженные к интегральному оператору Фредгольма с непрерывным ядром. Самосопряженный интегральный оператор Фредгольма.
25. Классификация линейных интегральных уравнений. Теорема существование и теорема единственность решения интегральных уравнений Вольтерры второго рода.
26. Интегральное уравнение Фредгольма второго рода с вырожденным ядром, эквивалентность этого уравнения системе линейных алгебраических уравнений.
27. Альтернатива Фредгольма (доказательство для случая вырожденного ядра).
28. Теорема существование и теорема единственность решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода при малых значениях параметра.
29. Характеристические числа, собственные значения и собственные функции интегрального оператора Фредгольма с симметричным ядром. Их свойства. Ортогонализация системы собственных функций.
30. Теорема Гильберта - Шмидта для самосопряженного интегрального оператора Фредгольма (без доказательства). Формула Шмидта для решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода с симметричным ядром.
31. Функция Грина линейной краевой задачи, ее существование и единственность.
32. Постановка краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Гильберта о решении краевой задачи с помощью функции Грина.
33. Задача Штурма - Лиувилля. Ее эквивалентность однородному интегральному уравнению.
34. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма - Лиувилля.
35. Условия положительности спектра задачи Штурма – Лиувилля

В экзаменационный билет включается 2-3 вопроса из списка экзаменационных вопросов.

ПРИМЕРНЫЙ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

По курсу «**Дифференциальные и интегральные уравнения**»

1. Понятие устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости. Устойчивость решения простейшей системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Условия положительности спектра задачи Штурма – Лиувилля.

Критерии и шкала оценки на экзамене по дисциплине

| Требования к знаниям на устном экзамене | Баллы |
|--|--------------|
| Указанные баллы выставляются студенту, если он глубоко усвоил материал, четко и логически стройно его излагает, умеет применять теорию при решении задач повышенного уровня сложности. | 45 – 50 |
| Указанные баллы выставляются студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос. | 35 – 44 |
| Указанные баллы выставляются студенту, если он имеет знания основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, которые, однако, не носят принципиального характера. | 30 – 34 |
| Указанные баллы выставляются студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине. | 0 – 29 |